



Technische Universität Wien

Testen auf Strukturbruch - Implementierung in R und Anwendung

Achim Zeileis Friedrich Leisch Kurt Hornik Christian Kleiber

- ❄ Was ist ein Strukturbruch (im linearen Regressionsmodell)?
- ❄ Was ist R ?
- ❄ Verallgemeinerte Fluktuationstests
- ❄ F -Tests
- ❄ Anwendung auf Zeitreihe der Wechselkursrenditen
USD/EUR

Was ist ein Strukturbruch (im linearen Regressionsmodell)?



Betrachtet wird das lineare Regressionsmodell

$$y_i = x_i^\top \beta_i + u_i \quad (i = 1, \dots, n),$$

wobei zum Zeitpunkt i :

- * y_i — abhängige Variable,
- * x_i — Regressorvektor mit k Elementen,
- * β_i — Vektor von k unbekanntem Regressionskoeffizienten,
- * u_i — Fehlerterm.

Was ist ein Strukturbruch (im linearen Regressionsmodell)? **TU**

Getestet wird die Nullhypothese

$$H_0 : \beta_i = \beta_0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

gegen die Alternativen

$$H_1 : \text{nicht } H_0$$

bzw.

$$H_1^* : \beta_i = \begin{cases} \beta_A & (1 \leq i \leq i_0) \\ \beta_B & (i_0 < i \leq n) \end{cases}$$

R ist ein Software-Paket für Statistical Computing — die GNU Implementierung der Programmiersprache S.

<http://www.R-project.org/>

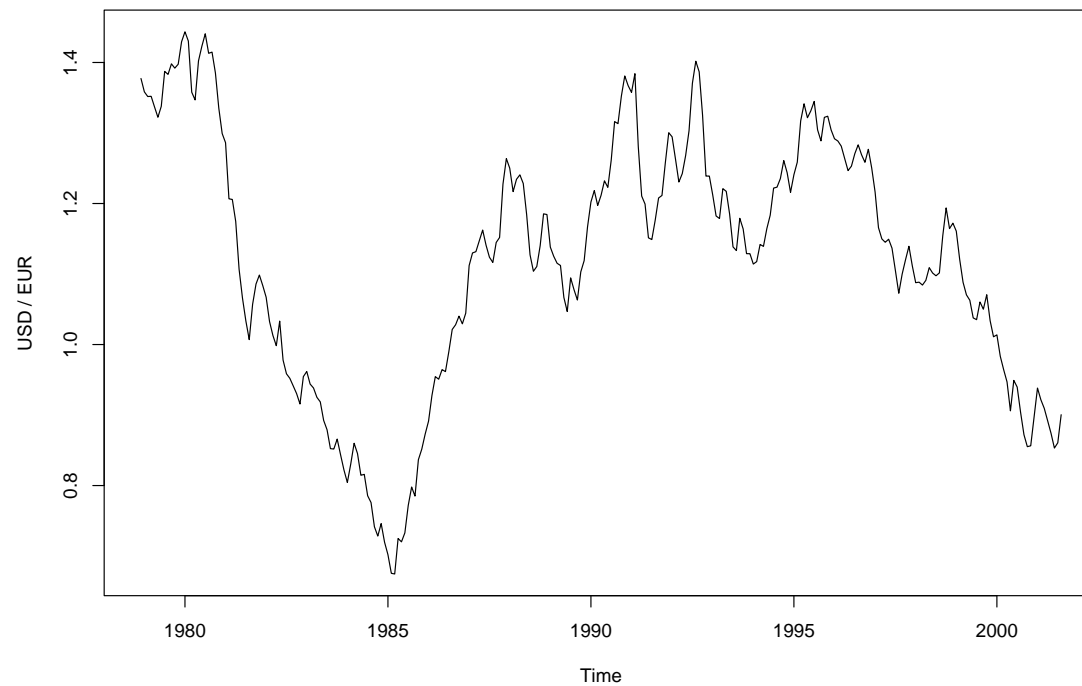
Die hier vorgestellten Funktionen und Methoden zum Testen auf Strukturbruch sind im Package `strucchange` implementiert.

Autoren: Achim Zeileis, Friedrich Leisch, Bruce Hansen, Kurt Hornik, Christian Kleiber, Andrea Peters.

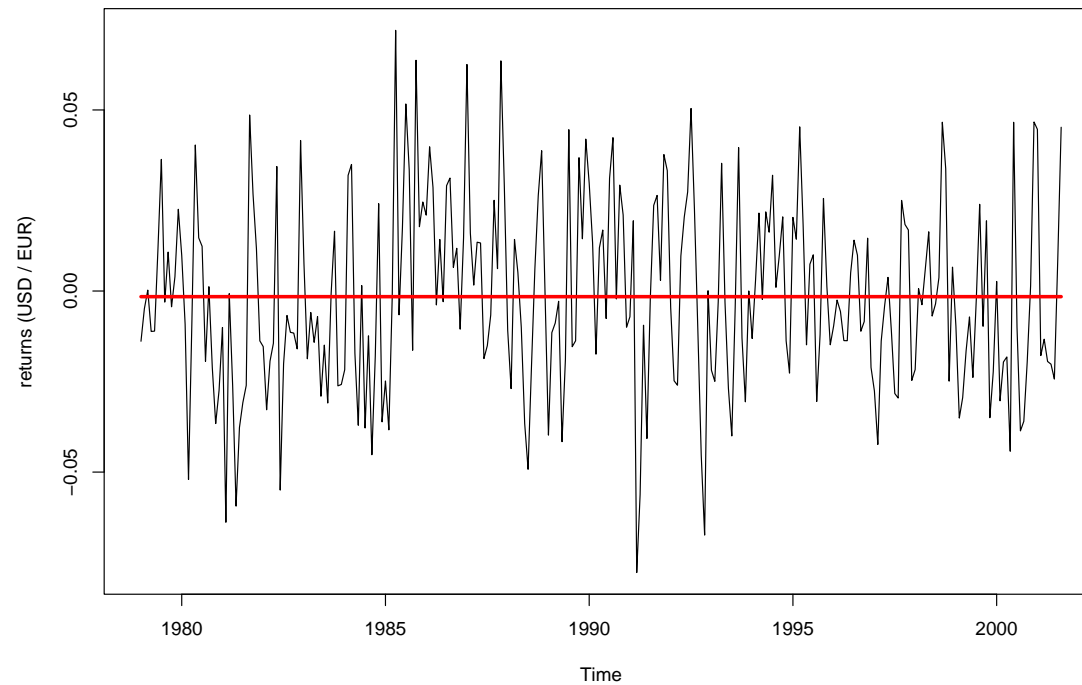
Erhältlich im Comprehensive R Archive Network CRAN.

<http://cran.R-project.org/>

Zeitreihe der Wechselkursrate USD/EUR seit 1979, erhältlich bei der Europäischen Zentralbank (<http://www.ecb.int/>): monatlicher Durchschnitt von US Dollar pro Euro (bzw. ECU).



Getestet werden soll, ob der Mittelwert der Renditen (Log-Preis-Differenzen) konstant bleibt oder nicht. D.h. ob die Reihe erklärbar ist als “Konstante + Rauschen”.



- ❄ empirischer Fluktuationsprozeß spiegelt Fluktuation wider in
 - ❖ Residuen (übliche OLS-Residuen oder rekursive Residuen = 1-Schritt-Prognosefehler)
 - ❖ Parameterschätzungen
- ❄ theoretischer asymptotischer Grenzprozeß ist bekannt
- ❄ wähle Schranken, so daß der Grenzprozeß diese nur mit Wahrscheinlichkeit α überschreitet
- ❄ überschreitet der empirische Fluktationsprozeß die theoretischen Schranken, so ist die Fluktuation unwahrscheinlich groß \Rightarrow verwerfe Nullhypothese

Prozesse auf Basis der OLS-Residuen:

$$\hat{u}_i = y_i - x_i^\top \hat{\beta}$$

OLS-basierter CUSUM-Prozeß:

$$W_n^0(t) = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{\lfloor nt \rfloor} \hat{u}_i \quad (0 \leq t \leq 1).$$

Prozesse auf Basis der OLS-Residuen:

$$\hat{u}_i = y_i - x_i^\top \hat{\beta}$$

OLS-basierter CUSUM-Prozeß:

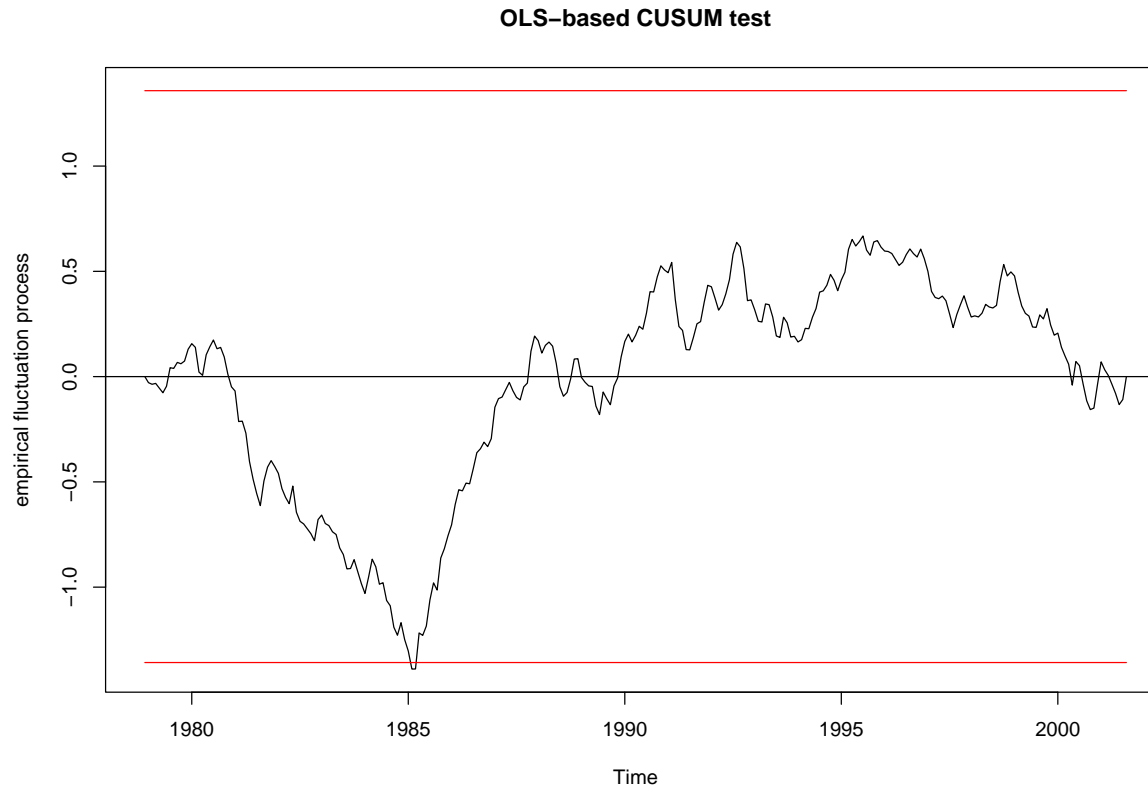
$$W_n^0(t) = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{\lfloor nt \rfloor} \hat{u}_i \quad (0 \leq t \leq 1).$$

OLS-basierter MOSUM-Prozeß:

$$M_n^0(t|h) = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{n}} \left(\sum_{i=\lfloor nt \rfloor + 1}^{\lfloor nt \rfloor + \lfloor nh \rfloor} \hat{u}_i \right) \quad (0 \leq t \leq 1 - h).$$

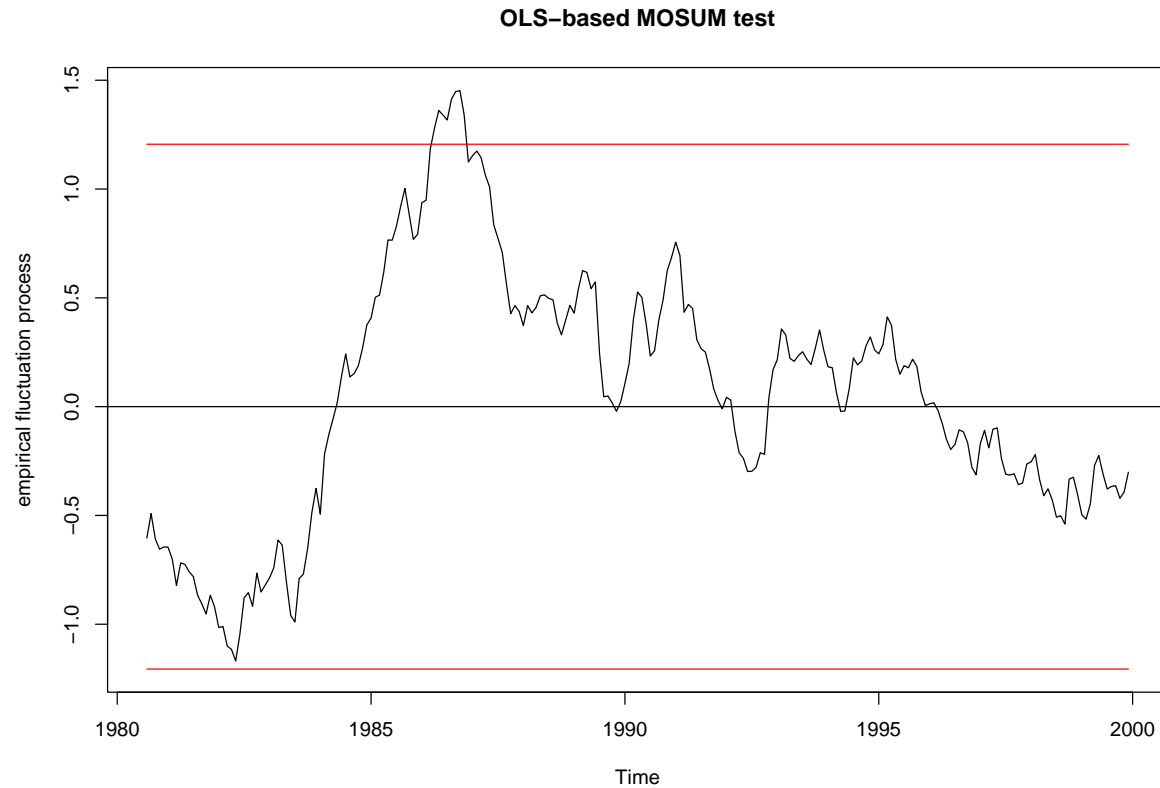
Vergl. Fluktuationstests

```
R> rUSD.ols1 <- efp(rUSD ~ 1, type="OLS-CUSUM")  
R> plot(rUSD.ols1)
```



Vergl. Fluktuationstests

```
R> rUSD.mos1 <- efp(rUSD ~ 1, type="OLS-MOSUM")  
R> plot(rUSD.mos1)
```



Neben diesen graphischen Methoden können auch Signifikanztests mit Hilfe der Funktion `sctest()` angewandt werden:

```
R> sctest(rUSD.ols1)
```

```
      OLS-based CUSUM test
```

```
data:  rUSD.ols1  
S0 = 1.389, p-value = 0.0422
```

```
R> sctest(rUSD.mos1)
```

```
      OLS-based MOSUM test
```

```
data:  rUSD.mos1  
M0 = 1.452, p-value = 0.01
```

Darüberhinaus sind folgende Prozesse/Tests implementiert:

- ❄ Rekursiver CUSUM-Test (Standard-CUSUM-Test von Brown, Durbin, Evans, 1975)
- ❄ Rekursiver MOSUM-Test
- ❄ Recursive Estimates Test (Fluktuationstest)
- ❄ Moving Estimates Test

Alle diese empirischen Fluktuationsprozesse können mit der Funktion `efp()` angepaßt und zusammen mit den zugehörigen Schranken dargestellt werden.

F -Tests sind für die 1-Bruchpunkt-Alternative H_1^* gebaut.

(i) bei bekanntem (potentiellen) Bruchpunkt: Chow-Test

Es wird ein OLS-Modell vor und eins nach dem Bruchpunkt i_0 angepaßt und die Residuen

$$\hat{e} = (\hat{u}_A, \hat{u}_B)^\top$$

mit Hilfe eines F -Tests mit den OLS-Residuen des Modells ohne Bruchpunkt verglichen:

$$F_{i_0} = \frac{(\hat{u}^\top \hat{u} - \hat{e}^\top \hat{e})/k}{\hat{e}^\top \hat{e}/(n - 2k)}.$$

(ii) bei unbekanntem Bruchpunkt: sup*F*-Test

Berechne die Teststatistiken F_i für alle möglichen Bruchpunkte in einem Intervall $[\underline{i}, \bar{i}]$ und verwirfe die Nullhypothese, wenn eine dieser Teststatistiken unwahrscheinlich groß wird.

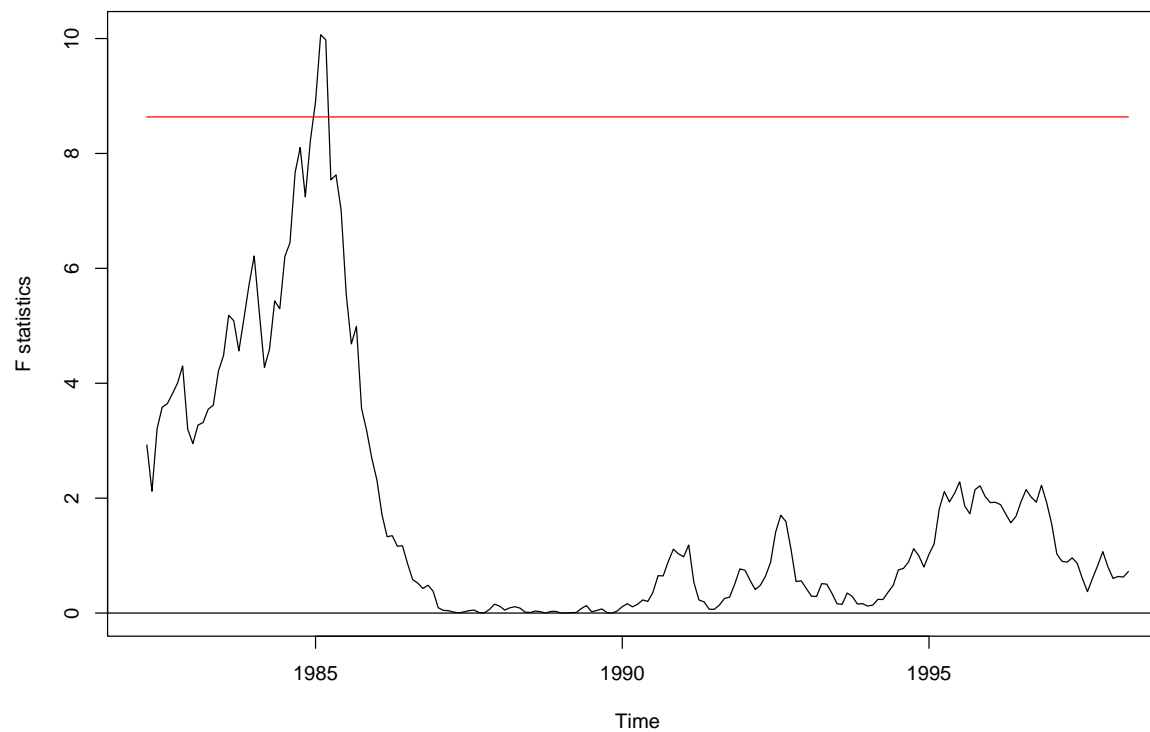
alternativ: ave*F*- und exp*F*-Test

Nullhypothese verwirfen, wenn der Durchschnitt bzw. das exp-Funktional der *F*-Statistiken zu groß wird. Diese Tests haben gewisse Optimalitätseigenschaften (Andrews & Ploberger, 1994).

F-Tests

```
R> rUSD.Fstats1 <- Fstats(rUSD ~ 1)
```

```
R> plot(rUSD.Fstats1)
```



Genau wie bei den Fluktuationstests kann auch hier ein Signifikanztest mit der Funktion `sctest()` durchgeführt werden:

```
R> sctest(rUSD.Fstats1)
```

```
supF test
```

```
data: rUSD.Fstats1
```

```
sup.F = 10.0674, p-value = 0.02586
```

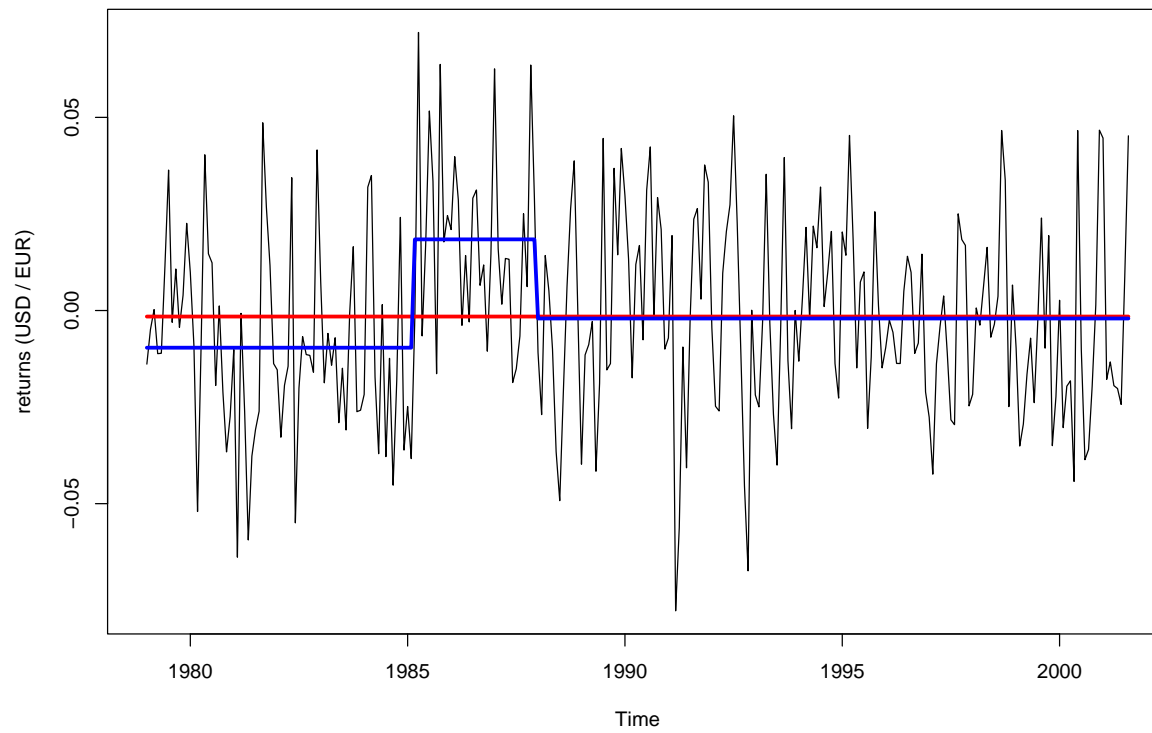
Sowohl Fluktuations- wie auch F -Tests zeigen deutliche Hinweise, daß sich der Mittelwert der Zeitreihe der Renditen Anfang 1985 ändert. Ein Algorithmus zur Bruchpunktschätzung findet zwei Bruchpunkte: Januar 1985, Dezember 1987.

Dies wird im folgenden bei der Anpassung des linearen Regressionsmodells berücksichtigt, d.h. es werden drei verschiedene Mittelwerte angepaßt für:

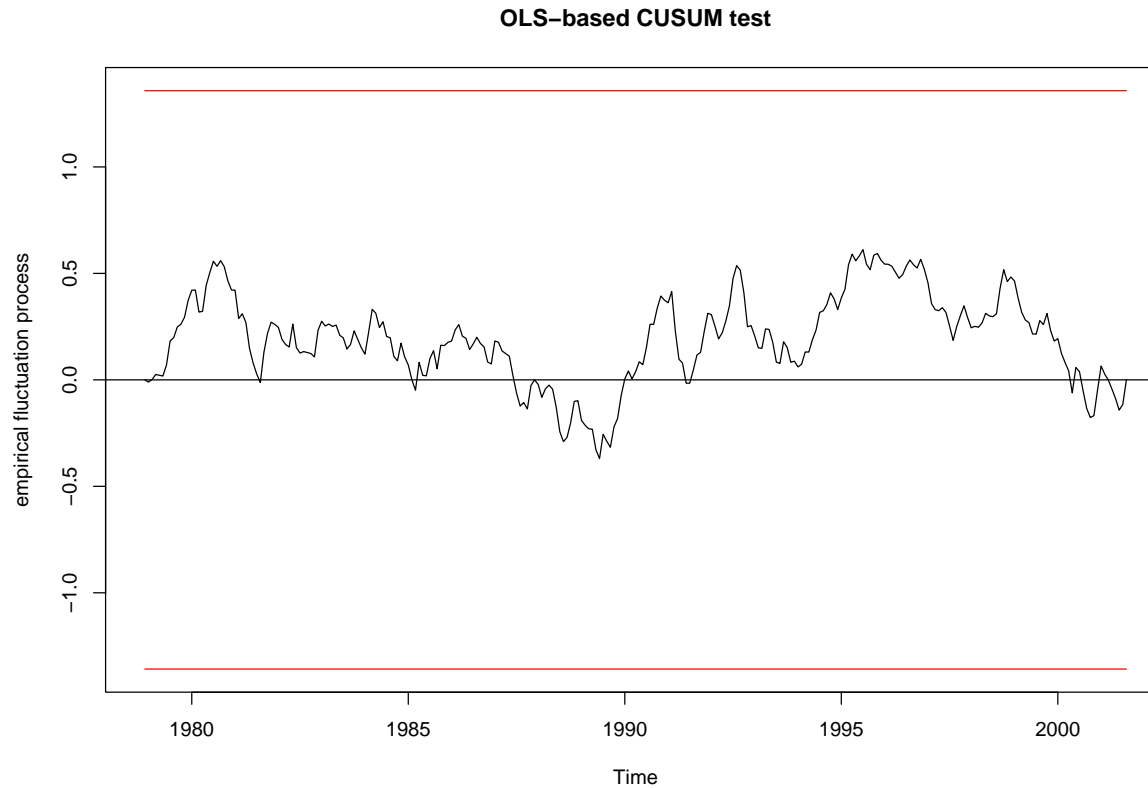
- ❄ bis Januar 1985

- ❄ Februar 1985 bis Dezember 1987

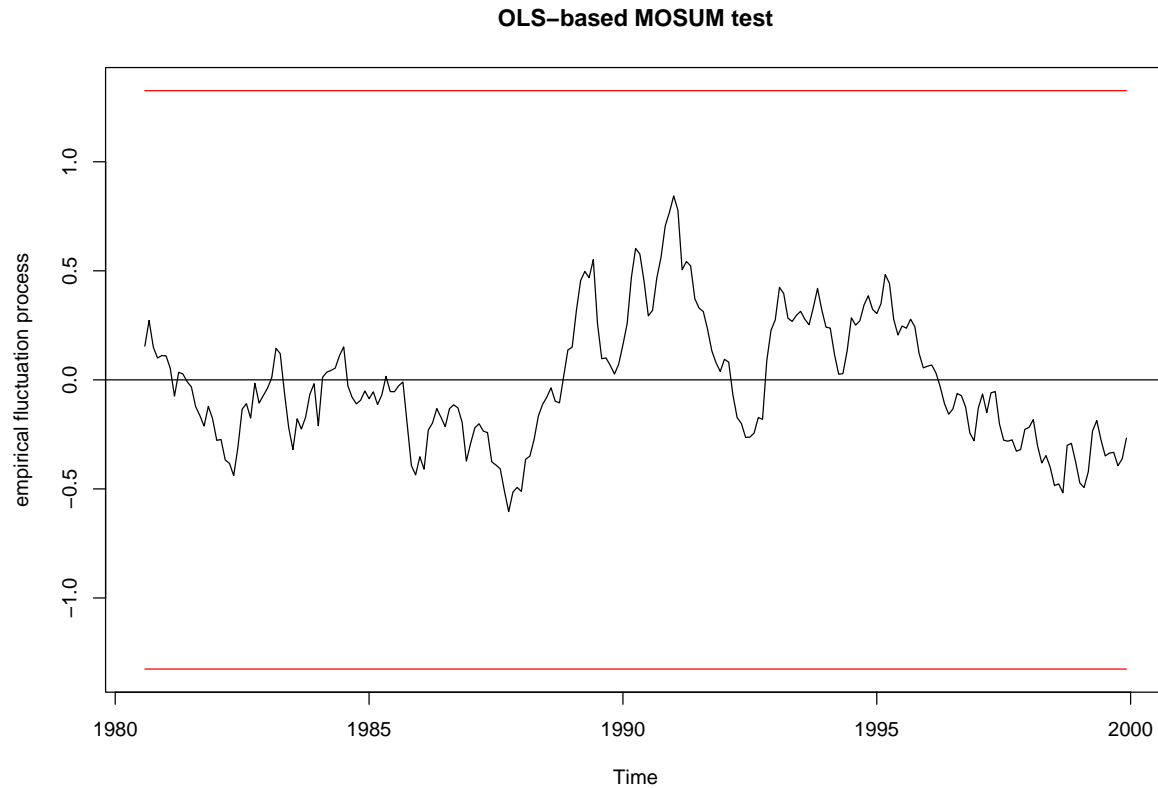
- ❄ ab Januar 1988



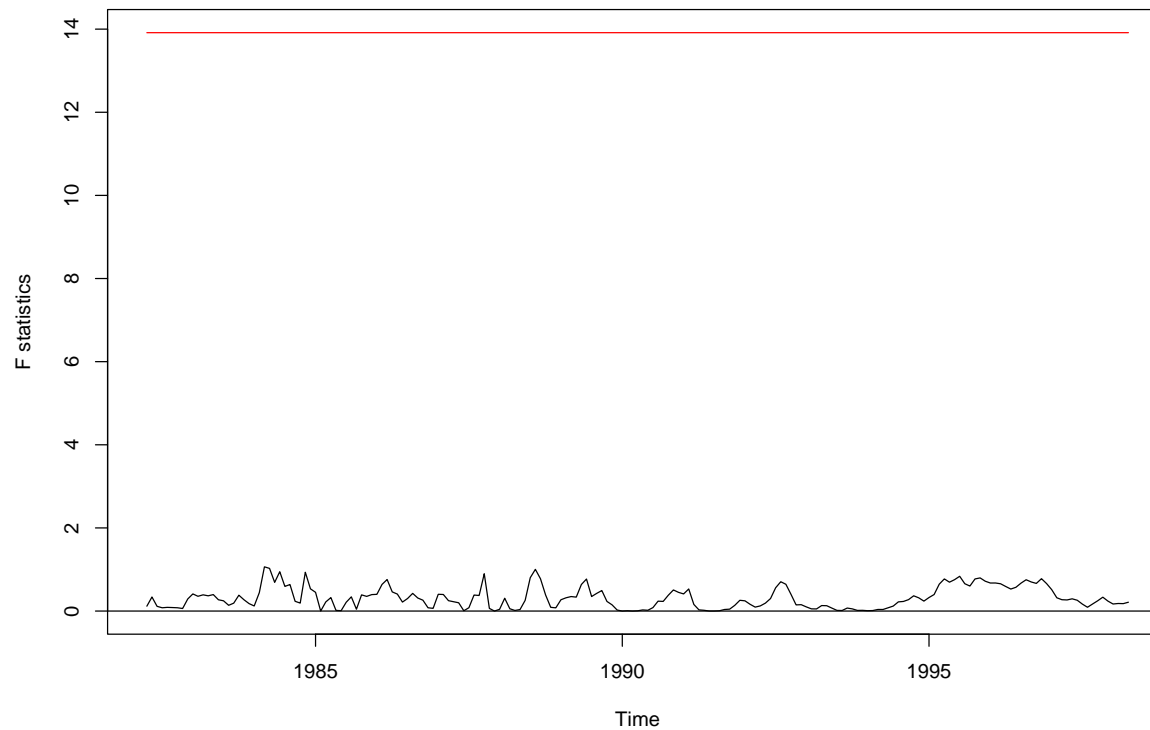
```
R> rUSD.ols2 <- efp(rUSD ~ rUSD.fac, type="OLS-CUSUM")  
R> plot(rUSD.ols2)
```



```
R> rUSD.mos2 <- efp(rUSD ~ rUSD.fac, type="OLS-MOSUM")  
R> plot(rUSD.mos2)
```



```
R> rUSD.Fstats2 <- Fstats(rUSD ~ rUSD.fac)
R> plot(rUSD.Fstats2)
```



strucchange bietet ein einheitliches und flexibles Framework, um:

- ❄ Fluktuationsprozesse und F -Teststatistiken anzupassen,
- ❄ die Prozesse/Statistiken zusammen mit ihrem Schranken darzustellen,
- ❄ so potentielle Bruchpunkte graphisch zu illustrieren,
- ❄ Signifikanztests durchzuführen.